

30. septembar 2015.

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa A

1. U kutiji je 6 kuglica numerisanih brojevima od 1 do 6 (na svakoj kuglici se nalazi tačno jedan od ovih brojeva i ne postoje dve kuglice sa istim brojem). Iz kutije izvlačimo, bez vraćanja, jednu po jednu kuglicu, sve dok ne izvučemo kuglicu sa brojem koji je manji od 4. Ako je slučajna promenljiva X broj potrebnih izvlačenja do pojave takve kuglice, naći zakon raspodele verovatnoća slučajne promenljive X i izračunati njenu očekivanu vrednost. **(15 poena)**
2. U poslednjih 10 godina beležen je broj padavina i temperature u decembru mesecu u Beogradu i dobijeni su sledeći podaci: 105 dana je bilo sa padavinama, 135 dana je bilo hladno i 55 dana je bilo hladno sa padavinama. Odrediti verovatnoću da je posmatrani dan bio sa padavinama i nije bio hladan. **(15 poena)**
3. Homogena kocka za igru se baca tri puta. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj parnih, a Y slučajna promenljiva koja predstavlja broj neparnih brojeva dobijenih u ta tri bacanja. Odrediti:
 - a) zakon raspodele verovatnoća dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y) , **(5 poena)**
 - b) marginalne raspodele, **(5 poena)**
 - c) $E(X)$, $Var(X)$, $E(Y)$, $Var(Y)$, **(5 poena)**
 - d) koeficijent korelacije. **(5 poena)**
4. Koliko ima permutacija cifara 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 u kojima su neparne cifre u rastućem poretku (ne moraju biti jedna do druge)? **(10 poena)**
5. Zbog mogućeg korišćenja mobilnih telefona na ispitima, u amfiteatrima B009 i B103 postavljeni su ometači signala (u oba amfiteatra po jedan ometač). Verovatnoća da svaki od ovih ometača bude uključen je 0.7 (ometači rade nezavisno jedan od drugoga). Ako su oba ometača uključena, signala za mobilni telefon sigurno nema. Ako je uključen tačno jedan ometač, u tom amfiteatru u kojem je uključen nema signala sa verovatnoćom 0.8, dok u drugom amfiteatru signala nema sa verovatnoćom 0.4. Ako su oba ometača isključena, verovatnoća da nema signala je 0.1 (zbog građevinskih radova na Fakultetu). Ako u amfiteatru B009 za vreme ispita nije bilo signala, odrediti verovatnoću da je bio uključen najviše jedan ometač. **(20 poena)**
6. Slučajna promenljiva X data je sledećom funkcijom gustine:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + a, & -1 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x + 2a, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{van} \end{cases}$$

- a) odrediti nepoznatu konstantu a i skicirati grafik funkcije $f(x)$, **(8 poena)**
- b) odrediti funkciju raspodele $F(x)$ i skicirati njen grafik, **(7 poena)**
- c) odrediti $P(X < 0.5)$. **(5 poena)**

30. septembar 2015.

TEORIJA VEROVATNOĆE

Grupa B

1. U poslednjih 10 godina beležen je broj padavina i temperature u decembru mesecu u Beogradu i dobijeni su sledeći podaci: 105 dana je bilo sa padavinama, 135 dana je bilo hladno i 55 dana je bilo hladno sa padavinama. Odrediti verovatnoću da je posmatrani dan bio sa padavinama i nije bio hladan. **(15 poena)**
2. Zbog mogućeg korišćenja mobilnih telefona na ispitima, u amfiteatrima B009 i B103 postavljeni su ometači signala (u oba amfiteatra po jedan ometač). Verovatnoća da svaki od ovih ometača bude uključen je 0.7 (ometači rade nezavisno jedan od drugoga). Ako su oba ometača uključena, signala za mobilni telefon sigurno nema. Ako je uključen tačno jedan ometač, u tom amfiteatru u kojem je uključen nema signala sa verovatnoćom 0.8, dok u drugom amfiteatru signala nema sa verovatnoćom 0.4. Ako su oba ometača isključena, verovatnoća da nema signala je 0.1 (zbog građevinskih radova na Fakultetu). Ako u amfiteatru B009 za vreme ispita nije bilo signala, odrediti verovatnoću da je bio uključen najviše jedan ometač. **(20 poena)**
3. U kutiji je 6 kuglica numerisanih brojevima od 1 do 6 (na svakoj kuglici se nalazi tačno jedan od ovih brojeva i ne postoje dve kuglice sa istim brojem). Iz kutije izvlačimo, bez vraćanja, jednu po jednu kuglicu, sve dok ne izvučemo kuglicu sa brojem koji je manji od 4. Ako je slučajna promenljiva X broj potrebnih izvlačenja do pojave takve kuglice, naći zakon raspodele verovatnoća slučajne promenljive X i izračunati njenu očekivanu vrednost. **(15 poena)**
4. Slučajna promenljiva X data je sledećom funkcijom gustine:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + a, & -1 \leq x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x + 2a, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{van} \end{cases}$$

- a) odrediti nepoznatu konstantu a i skicirati grafik funkcije $f(x)$, **(8 poena)**
 - b) odrediti funkciju raspodele $F(x)$ i skicirati njen grafik, **(7 poena)**
 - c) odrediti $P(X < 0.5)$. **(5 poena)**
5. Homogena kocka za igru se baca tri puta. Neka je X slučajna promenljiva koja predstavlja broj parnih, a Y slučajna promenljiva koja predstavlja broj neparnih brojeva dobijenih u ta tri bacanja. Odrediti:
 - a) zakon raspodele verovatnoća dvodimenzionalne slučajne promenljive (X, Y) , **(5 poena)**
 - b) marginalne raspodele, **(5 poena)**
 - c) $E(X)$, $Var(X)$, $E(Y)$, $Var(Y)$, **(5 poena)**
 - d) koeficijent korelacije. **(5 poena)**
 6. Koliko ima permutacija cifara 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 u kojima su neparne cifre u rastućem poretku (ne moraju biti jedna do druge)? **(10 poena)**